

टीप: खण्ड 'अ' में 10 अति लघु उत्तरी प्रश्न हैं, जिन्हें हल करना अनिवार्य है। खण्ड 'ब' में लघु उत्तरी प्रश्न एवं खण्ड 'स' में दीर्घ उत्तरी प्रश्न हैं। खण्ड 'अ' को सबसे पहले हल करें।

Note: Section 'A' containing 10 Very Short-Answer-type questions, is compulsory. Section 'B' consist of short-Answer-type questions and section 'C' consists of long-Answer-type questions. Section 'A' has to be solved first.

Section - 'A'

निम्नांकित अति लघु उत्तरी प्रश्नों के उत्तर एक या दो वाक्यों में दें।

Answer the following Very short-answer-type questions in one or two sentences. (1 x 10 = 10)

प्रश्न 1. लाप्लास रूपान्तर को परिभाषित कीजिये।

Define Laplace Transformation.

प्रश्न 2. फलन $\sinh^2 t$ का लाप्लास रूपान्तर लिखिये।

Write Laplace Transform of the function $\sinh^2 t$.

प्रश्न 3. a और b को विलोपित करके आशिक अवकल समीकरण ज्ञात कीजिये।

Find the partial Differential Equation by elimination of a and b form:

$$z = ax + by + ab$$

प्रश्न 4. हल कीजिये:

$$\text{solve: } yz^p + zx^q = xy$$

प्रश्न 5. अवकल समीकरण $(1-x^2) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + (1-y^2) \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} +$

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + 3x^2 y \frac{\partial z}{\partial y} - 2z = 0$$
 का समाकलन कीजिये:

Classify the differential Equation:

$$(1-x^2) \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + (1-y^2) \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + x \frac{\partial z}{\partial x} + 3x^2 y \frac{\partial z}{\partial y} - 2z = 0$$

प्रश्न 6. हल डिजिये

Solve: $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$

प्रश्न 7. घात श्रैणी को परिभाषित डिजिये।

Define power series

प्रश्न 8. विन्धित बिन्दु क्या है?

What is singular point?

प्रश्न 9. वक्रों की समीपता को परिभाषित डिजिये।

Define proximity of curves.

प्रश्न 10. कोणांक फलन का विन्धन क्या है?

What is the variation of Argument Functions?

Section-B

निम्न लिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

(3x5=15)

Answer the following questions:

प्रश्न 1. $e^{2t} \sin 4t$ का लाप्लास रूपान्तर ज्ञात कीजिए।

Find the Laplace transformation of $e^{2t} \sin 4t$

OR

$\frac{2p-1}{p^2-2p+10}$ का प्रतिलोम लाप्लास रूपान्तर ज्ञात डिजिये

Find the inverse Laplace transformation of $\frac{2p-1}{p^2-2p+10}$

प्रश्न 2. यदि $z = f(x+ay) + \phi(x-ay)$ है तो सिद्ध डिजिये:

$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

If $z = f(x+ay) + \phi(x-ay)$ Then Prove that

$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

OR

हल डिजिये:

Solve : $p+3q = 5z + \tan(z-3x)$

Solve: $(D^2 + 3DD' + 2D^2)z = x + 2$

OR

हल करने के लिये:

Solve: $(D^2 - 2DD' - 15D^2)z = 12xy$

प्रश्न 4. दर्शाइए कि:
Show that: $J_{3/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \left(\frac{\sin x}{x} - \cos x \right)$

सिद्ध करने के लिये कि

OR
Prove that: $P_{n+1}'(x) - P_n'(x) = (2n+1)P_n(x)$

प्रश्न 5. फलन $I[y(x)] = \int_1^e (xy'^2 - 2y') dx$, $y(1) = 1$,
 $y(e) = 2$ के चरम मान ज्ञात करने के लिये।

Test for extremum of Functional

$I[y(x)] = \int_1^e (xy'^2 - 2y') dx$, $y(1) = 1$,

$y(e) = 2$.

OR

फलन का चरम मान ज्ञात करें:

Find the extremum value of

$I[y(x)] = \int x(dx^2 + dy)^{1/2}$

(5x5=25)

Section-'C'

निम्नलिखित दी गई इंटरमीडियट प्रश्नों के उत्तर दीजिए:

Answer the following question:

प्रश्न 1. लाप्लास रूपांतर की सहायता से समाकल समीकरण

$\int_0^t \frac{F(u) du}{\sqrt{t-u}} = 1+t+t^2$ को हल करें।

Solve the integral equation $\int_0^t \frac{F(u) du}{\sqrt{t-u}} = 1+t+t^2$

using Laplace Transformation.

OR

लाप्लास रूपांतर का प्रयोग करके समीकरण: $\frac{d^2y}{dx^2} + 4\frac{dy}{dx} + 5y =$
 $(\cos t - \sin t) \cdot e^{-2t}$

Using the Laplace Transformation solve the equation (4)

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + 4 \frac{dy}{dx} + 5y = (\cos x - \sin x) e^{-2x}$$

in Boundary condition $y(0) = 1, y'(0) = -3$

प्रश्न 2. Solve एल डिजिये: $\left(\frac{y-z}{yz}\right)p + \left(\frac{z-x}{zx}\right)q = \frac{x-y}{xy}$
solve:

OR

साधित विधि से पूर्ण एल डिजात डिजिये:

Find Complete solution using Charpit's Method

$$z = px + qy + p^2 + q^2$$

प्रश्न 3. समीकरण $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ का वर्गीकरण डिजिये और

एल डिजिये।

classify and solve the equation $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$

OR

मोन्जे विधि से एल डिजिये:

Solve by Monge's Method:

$$r = a^2 t.$$

प्रश्न 4. वैशिक अवकल समीकरण $4xy'' + 2y' + y = 0$ का श्रृंखला एल
ज्ञात डिजिये।

Find series solution of linear differential equation

$$4xy'' + 2y' + y = 0$$

OR

साधित डिजिये

Prove that:

$$\int_0^1 \frac{u \cos(ux)}{\sqrt{1-u^2}} du = \frac{\sin x}{x}$$

प्रश्न 5. दीर्घवृत्त $4x^2 + 9y^2 = 36$ एवं बिन्दु $A(1,0)$ के मध्य लघुतम
दूरी ज्ञात डिजिये।

Find shortest distance between ellipse $4x^2 + 9y^2 = 36$
and point $A(1,0)$.

OR

दिखाइए कि दो स्थिर बिन्दुओं के मिलाते वाला सबसे
छोटा वक्र एक रेखा है।

Show that the shortest curve joint two point is a line.